

Interrogation de calcul MPSI n°5, le 17/11/2021

Durée : 60 min. Documents et calculatrices interdits. Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Nom et prénom :

Note :

Primitives et intégrales

1. Sur \mathbb{R} , on a $\int^x t e^{-\frac{t}{10}} dt = \dots$ (2 points)

2. Calculer $I = \int_0^1 t^2 \sqrt{1-t^2} dt$ (on pourra réaliser le changement de variable $t = \sin \theta$). (2 points)

3. Sur \mathbb{R} , on a $\int^x e^{2t} \sin(3t) dt = \dots$ (2 points)

Équations différentielles

4. Déterminer la solution du problème de Cauchy suivant (4 points) :

$$\begin{cases} y' - y = \text{sh}(x) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5. Résoudre l'équation différentielle

$$xy'(x) - y(x) = x$$

sur \mathbb{R}_+^* (3 points).

6. Les solutions de l'équation différentielle

$$y''(x) + 4y(x) = 0$$

sont... (2 points)

7. Une solution particulière de

$$y''(x) + 4y(x) = 1$$

est la fonction... (1 point)

8. Une solution particulière de

$$y''(x) + 4y(x) = \sin(2x)$$

est la fonction... (2 points)

9. Dédurre des trois questions précédentes la solution du problème de Cauchy suivant (2 points) :

$$\begin{cases} y''(x) + 4y(x) = 1 + \sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$