

Interrogation de calcul MPSI n°3, le 13/10/2021

Durée : 60 min. Documents et calculatrices interdits. Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Nom et prénom :

Note :

Trigonométrie et complexes

1. Solutions de l'équation $\cos(3x) = \sin x$, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$? (2 points)

2. Conjugué des nombres suivants, sous forme algébrique : (1 point)

$$z_1 = \frac{1}{2+i} + \frac{3}{1-i}, z_2 = \frac{4+i}{5-i}$$

3. Forme trigonométrique des nombres suivants : (0,5 point pour les deux premiers, 1 point pour le dernier)

$$z_1 = \frac{i}{2}, z_2 = 2 + 2i, z_3 = 1 + e^{\frac{2i\pi}{3}}$$

4. Simplifier :

$$\operatorname{Arccos} \left(\cos \left(\frac{6\pi}{3} \right) \right), \operatorname{Arcsin} \left(\sin \left(\frac{17\pi}{6} \right) \right) \quad (2 \text{ points})$$

5. Simplifier

$$\cos(2 \operatorname{Arccos} x), \sin(2 \operatorname{Arccos} x) \quad (1 \text{ point})$$

6. Solutions de l'équation $\operatorname{Arcsin}(x) = \operatorname{Arctan}(2x)$ d'inconnue $x \in [-1; 1]$? (2 points)

Fonctions

Soit u la fonction $t \mapsto \sqrt{2 - e^{2t^2}}$.

7. Ensemble de définition \mathcal{D} de u ? (1 point)

Conseil : s'appliquer sur l'ensemble de définition, sans quoi toute la suite est compromise!

8. Ensemble de dérivabilité et dérivée de u ? (1 point)

9. Variations, éventuelles valeurs minimum/maximum de u ? (2 points)

10. Soit $r \in \mathbb{R}$. Déterminer, selon la valeur de r , le nombre d'antécédents de r par u , ainsi que leur expression explicite. On pourra distinguer plusieurs cas. (4 points)

11. u réalise une bijection entre $D \cap \mathbb{R}_+$ et un intervalle J à préciser. Expliciter la bijection réciproque. (2 points)